

# 5

## **Un exemple parisien de tontine chinoise**

Thierry PAIRAULT

*CNRS, Centre de recherche et de documentation sur la Chine contemporaine (EHESS), 54, boulevard Raspail, 75270 Paris Cedex 06, France*

La présentation portera sur les tontines organisées dans la communauté chinoise de Paris. Ces tontines, avec levées par enchères, ont un caractère mixte : elles ont à la fois les caractéristiques d'un placement en même temps que celles d'une entraide. Ce dernier aspect se traduit essentiellement à travers la différence existant entre le montant du prêt accordé au tontinier lors de la constitution de la tontine et le montant des mises mensuelles relativement minimales.

### **Les principes de fonctionnement**

Un tontinier reçoit un prêt sans intérêt de 25 000 unités monétaires (UM) financé à parts égales (5 000 UM) par cinq participants le premier mois. En

outré, il est décidé que chaque participant doit apporter chaque mois une mise de 500 UM. Les remboursements par le tontinier commencent le deuxième mois; des enchères décident lequel des participants sera le premier remboursé et ainsi de suite les mois suivants jusqu'à remboursement total. La somme globale mise effectivement aux enchères chaque mois est de 5 000 (remboursement) plus  $500 \times 4$  (cinq mises moins celle de l'enchérisseur le plus offrant) soit 7 000 UM. Une fois qu'un participant a levé une enchère, il se trouve dans la situation d'emprunteur et rembourse chaque mois son emprunt selon la formule décidée lors de la constitution de la tontine.

**Formule « en dedans » :** intérêts déduits des versements.

A partir du deuxième mois, l'enchérisseur qui l'emporte est le participant qui accepte de payer immédiatement les intérêts les plus élevés ou, dans la pratique, le participant qui accepte de se voir prêter la somme la plus faible.

A supposer qu'au cours de cette tontine les enchères se soient établies ainsi :

— 1<sup>er</sup> mois : le tontinier reçoit son prêt sans intérêt;

— 2<sup>e</sup> mois : un participant accepte de payer immédiatement 150 UM d'intérêt et donc de ne recevoir que  $500 - 150 = 350$  UM de chacun des autres participants; le tontinier lui rembourse 5 000 UM. Ce participant est désormais considéré comme « mort » et ne pourra plus prétendre enchérir;

— 3<sup>e</sup> mois : un participant accepte de payer immédiatement 120 UM d'intérêt et donc de ne recevoir que  $500 - 120 = 380$  UM de chacun des autres participants encore « vifs »; le participant déjà « mort » lui rembourse 500 UM et le tontinier 5 000 UM;

— 4<sup>e</sup> mois : un participant accepte de payer immédiatement 100 UM d'intérêt et donc de ne recevoir que  $500 - 100 = 400$  UM de chacun des deux participants encore « vifs »; les deux participants « morts » lui remboursent chacun 500 UM et le tontinier 5 000 UM;

— 5<sup>e</sup> mois : un participant accepte de payer immédiatement 50 UM d'intérêt et donc de ne recevoir que  $500 - 50 = 450$  UM du dernier participant encore « vif »; les trois autres participants « morts » lui remboursent chacun 500 UM et le tontinier 5 000 UM;

— 6<sup>e</sup> mois : le dernier participant « vif » reçoit de chacun des participants « morts » 500 UM et du tontinier 5 000 UM.

Le tableau des sommes mises en jeu s'établit comme suit :

— 1<sup>er</sup> mois : le tontinier reçoit des participants :

$$5\,000 \times 5 = 25\,000 \text{ UM};$$

— 2<sup>e</sup> mois : le tontinier rembourse l'enchérisseur le plus offrant; chacun des autres participants prêtant à ce dernier le montant de leur mise déduction faite du montant de l'enchère, la somme reçue est de :

$$5\,000 + 4 \times (500 - 150) = 6\,400 \text{ UM};$$

— 3<sup>e</sup> mois : le tontinier et le participant « mort » remboursent l'enchérisseur le plus offrant; chacun des autres participants « vifs » prêtant à ce dernier le montant de leur mise déduction faite du montant de l'enchère, la somme reçue est de :

$$5\,000 + (1 \times 500) + 3 \times (500 - 120) = 6\,640 \text{ UM};$$

— 4<sup>e</sup> mois : le tontinier et les participants « morts » remboursent l'enchérisseur le plus offrant; chacun des autres participants « vifs » prêtant à ce dernier le montant de leur mise déduction faite du montant de l'enchère; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (2 \times 500) + 2 \times (500 - 100) = 6\,800 \text{ UM};$$

— 5<sup>e</sup> mois : le tontinier et les participants « morts » remboursent l'enchérisseur le plus offrant; le dernier des participants « vifs » prêtant à l'enchérisseur le montant de sa mise déduction faite du montant de l'enchère, la somme reçue est de :

$$5\,000 + (3 \times 500) + 1 \times (500 - 50) = 6\,950 \text{ UM};$$

— 6<sup>e</sup> mois : le tontinier et les participants « morts » remboursent le dernier participant « vif »; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (4 \times 500) = 7\,000 \text{ UM}.$$

Les participants sont successivement prêteurs puis emprunteurs; les taux d'intérêt qui affectent leur prêt puis leur emprunt peuvent être calculés à partir des formules ci-dessous :

soit

—  $N$  le nombre de participants exclusion faite du tontinier;

—  $t$  le mois où un participant de prêteur devient emprunteur,  $t$  est compris dans l'intervalle  $(2, N)$  puisque le premier mois il n'y a pas d'enchères;

—  $i$  le taux d'intérêt nominal mensuel;

—  $B$  le montant du prêt accordé par chaque participant au tontinier;

—  $A$  le montant de la mise mensuelle de chaque participant;

—  $a_k$  le montant de l'enchère le mois  $k$ ;

- $P_t$  le montant total du capital prêté par un participant à la date  $t$ ;
- $p_t$  le montant des intérêts perçus par un participant durant la période où il est prêteur;
- $E_t$  le montant total de l'emprunt obtenu par un participant à la date  $t$ ;
- $e_t$  le montant des intérêts payés par un participant durant la période où il est emprunteur.

a) La somme du capital prêté et des intérêts perçus est donnée par la formule ci-dessous; on en déduit le polynôme dont l'une des racines réelles est le taux d'intérêt mensuel nominal créditeur :

$$P_t + p_t = B + (t - 2) \times A$$

ou encore :

$$= B \times (1 + i)^{t-1} + \sum_{j=1}^{t-2} (A - a_{j+1}) \times (1 + i)_{t-j-1}$$

d'où :

$$B \times (1 + i)^{t-1} + \sum_{j=1}^{t-2} (A - a_{j+1}) \times (1 + i)_{t-j-1} - B - (t - 2) \times A = 0$$

avec  $i = 0$  si  $t = 2$ .

b) La somme du capital emprunté et des intérêts payés est donnée par la formule ci-dessous :

$$E_t + e_t = (N - t + 1) \times A$$

Des équations suivantes on déduit le taux d'intérêt mensuel débiteur :

$$E_t = (N - t + 1) \times (A - a_t),$$

$$E_t = (A/i) \times (1 - (1 + i)^{t-1-N}),$$

d'où :

$$(A/i) \times (1 - (1 + i)^{t-1-N}) - (N - t + 1) \times (A - a_t) = 0,$$

avec  $i = 0$  si  $t = N + 1$ .

**Formule « en dehors » :** intérêts ajoutés aux remboursements (cette formule est moins courante, voire exceptionnelle, dans la communauté chinoise de Paris).

A partir du deuxième mois, l'enchérisseur qui l'emporte est le participant qui accepte d'opérer les remboursements les plus élevés dans les mois à venir.

A supposer qu'au cours de cette tontine les enchères se soient établies comme dans l'exemple précédent :

- 1<sup>er</sup> mois : le tontinier reçoit son prêt sans intérêt;

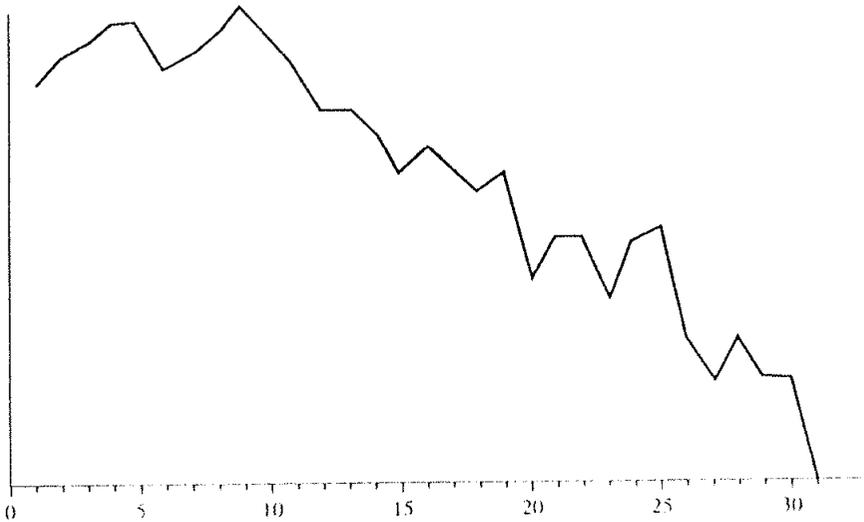


Figure 1. Evolution des enchères.

— 2<sup>e</sup> mois : un participant accepte de voir ses mises mensuelles futures augmentées de son enchère et donc de verser chaque mois la somme de  $500 + 150 = 650$  UM; le tontinier lui rembourse 5 000 UM et chaque participant lui prête 500 UM;

— 3<sup>e</sup> mois : un participant accepte de voir ses mises mensuelles futures augmentées de son enchère et donc de verser chaque mois la somme de  $500 + 120 = 620$  UM; le tontinier lui rembourse 5 000 UM; chaque participant encore « vif » lui prête 500 UM et le participant « mort » lui verse sa mise augmentée de son enchère;

— 4<sup>e</sup> mois : un participant accepte de voir ses mises mensuelles futures augmentées de son enchère et donc de verser chaque mois la somme de  $500 + 100 = 600$  UM; le tontinier lui rembourse 5 000 UM; chaque participant encore « vif » lui prête 500 UM et les participants « morts » lui versent leur mise augmentée de leur enchère;

— 5<sup>e</sup> mois : un participant accepte de voir ses mises mensuelles futures augmentées de son enchère et donc de verser chaque mois la somme de  $500 + 50 = 550$  UM; le tontinier lui rembourse 5 000 UM; le dernier participant encore « vif » lui prête 500 UM et les participants « morts » lui versent leur mise augmentée de leur enchère.

— 6<sup>e</sup> mois : le dernier participant « vif » reçoit des participants leur mise augmentée de leur enchère ainsi que le remboursement du tontinier.

Le tableau des sommes mises en jeu s'établit comme suit :

— 1<sup>er</sup> mois : le tontinier reçoit des participants :

$$5\,000 \times 5 = 25\,000 \text{ UM};$$

— 2<sup>e</sup> mois : le tontinier rembourse l'enchérisseur le plus offrant qui perçoit en outre, les mises des autres participants; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (4 \times 500) = 7\,000 \text{ UM};$$

— 3<sup>e</sup> mois : le tontinier rembourse l'enchérisseur le plus offrant qui perçoit en outre les mises des participants « vifs » ainsi que celle du participant « mort » augmentée de l'enchère de ce dernier; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (3 \times 500) + (500 + 150) = 7\,150 \text{ UM};$$

— 4<sup>e</sup> mois : le tontinier rembourse l'enchérisseur le plus offrant qui perçoit en outre les mises des participants « vifs » ainsi que celles des participants « morts » augmentées des enchères de ces derniers; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (2 \times 500) + (500 + 150) + (500 + 120) = 7\,270 \text{ UM};$$

— 5<sup>e</sup> mois : le tontinier rembourse l'enchérisseur le plus offrant qui perçoit en outre la mise du dernier participant « vif » ainsi que celles des participants « morts » augmentées des enchères de ces derniers; la somme reçue est de :

$$5\,000 + 500 + (500 + 150) + (500 + 120) + (500 + 100) = 7\,370 \text{ UM};$$

— 6<sup>e</sup> mois : le tontinier et les participants « morts » remboursent le dernier participant « vif »; la somme reçue est de :

$$5\,000 + (500 + 150) + (500 + 120) + (500 + 100) + (500 + 50) = 7\,420 \text{ UM}.$$

En utilisant les mêmes symboles que ci-dessus, on établit des formules de calcul.

**a)** La somme du capital prêté et des intérêts perçus est donnée par les formules ci-dessous, on en déduit le polynôme dont l'une des racines réelles est le taux d'intérêt mensuel nominal créditeur.

$$P_t + p_t = B + (t - 2) \times A + \sum_{j=1}^{t-2} a_j, \text{ avec } a_t = 0$$

ou encore :

$$= B \times (1 + i)_{t-1} + \sum_{j=1}^{t-2} A \times (1 + i)^{t-j-1},$$

d'où :

$$B \times (1 + i)^{t-1} + \sum_{j=1}^{t-2} A \times (1 + i)^{t-j-1} - B - (t - 2) \times A - \sum_{j=1}^{t-2} a_j = 0,$$

avec  $a_1 = 0$  et avec  $i = 0$  si  $t = 2$ .

b) La somme du capital emprunté et des intérêts payés est donnée par la formule suivante :

$$E_t + e_t = (N - t + 1) \times (A + a_t).$$

Des équations suivantes on déduit le taux d'intérêt nominal mensuel débiteur :

$$E_t = (N - t + 1) \times A,$$

$$E_t = \sum_{j=t}^{N+1} (A + a_j)/i \times (1 - (1 + i)^{j-t-N}),$$

d'où :

$$\sum_{j=t}^{N+1} ((A + a_j)/i) \times (1 - (1 + i)^{j-t-N}) - (N - t + 1) \times A = 0,$$

avec  $i = 0$  si  $t = N + 1$ .

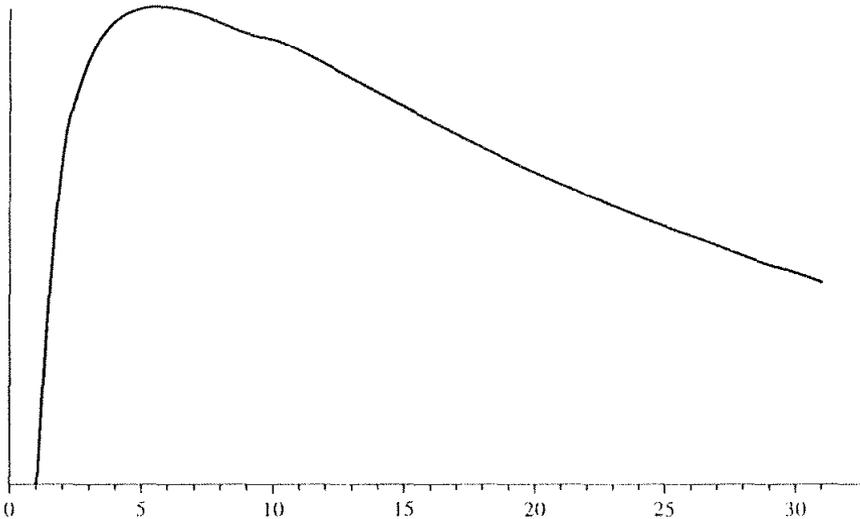


Figure 2. Evolution des taux d'intérêt créditeurs.

## Un exemple « parisien »

Je tiens à remercier Monsieur Li qui m'a autorisé à consulter les comptes de deux tontines dont il a été le tontinier. A titre d'exemple, j'ai retenu la plus récente qui était destinée à financer les travaux d'embellissement du restaurant qu'il avait acquis grâce à la première.

Monsieur Li désirait réunir par le biais de cette tontine la somme de 155 000 francs; il associa à cette entreprise 31 personnes apportant chacune 5 000 francs. La formule adoptée était celle des « intérêts déduits » avec des enchères mensuelles fondées sur des mises de 600 francs. En cas d'absence d'enchères, « l'enchérisseur » était tiré au sort parmi les participants encore « vifs » et son « enchère » était fixée à 50 francs. Ci-dessous voici la liste des participants en suivant l'ordre dans lequel ils ont levé les enchères et en précisant leurs qualités :

- 1<sup>er</sup> : Chen (restaurateur); difficultés de trésorerie; enchère de 190 F;
- 2<sup>e</sup> : Li (restaurateur); dettes de jeu; enchère de 205 F;
- 3<sup>e</sup> : Wang (restaurateur); objet inconnu; enchère de 210 F;
- 4<sup>e</sup> : Yan (ouvrier en confection); mariage; enchère de 220 F;
- 5<sup>e</sup> : Zhang (ouvrier en confection); aide à un parent; enchère de 220 F;
- 6<sup>e</sup> : Lin (ouvrier en confection); retour provisoire au pays (mort du père); enchère de 200 F;
- 7<sup>e</sup> : Wang (ouvrier en confection); objet inconnu; enchère de 205 F;
- 8<sup>e</sup> : Lin (commerçant); difficultés de trésorerie; enchère de 215 F;
- 9<sup>e</sup> : Li (importateur); dettes; enchère de 230 F;
- 10<sup>e</sup> : Qian (confection à domicile); achat d'une voiture; enchère de 215 F;
- 11<sup>e</sup> : Jiang (commerçant); augmentation de son stock; enchère de 200 F;
- 12<sup>e</sup> : Chen (restaurateur); achat d'un restaurant; enchère de 180 F;
- 13<sup>e</sup> : Chen (le même que le précédent; il avait pris deux parts); objet identique; enchère de 180 F;
- 14<sup>e</sup> : Jiang (restaurateur); ouverture d'un restaurant; enchère de 170 F;
- 15<sup>e</sup> : Hou (courtier); besoin de fonds de roulement; enchère de 150 F;
- 16<sup>e</sup> : Lin (ouvrier en confection); achat d'un billet d'avion; enchère de 160 F;
- 17<sup>e</sup> : Wu (commerçant); participation à une autre tontine; enchère de 150 F;
- 18<sup>e</sup> : Du (restaurateur); paiement d'impôts; enchère de 140 F;
- 19<sup>e</sup> : Ye (restaurateur); travaux d'embellissement; enchère de 150 F;
- 20<sup>e</sup> : Zhang (bazar); enchérit car enchères basses; enchère de 100 F;
- 21<sup>e</sup> : Yang (cuisinier); opération chirurgicale de sa sœur aînée; enchère de 120 F;

- 22° : Dai (restaurateur); achat de mobilier; enchère de 120 F;  
 23° : Zhao (ouvrier en confection); participation à une autre tontine; enchère de 90 F;  
 24° : Lian (restaurateur); objet inconnu; enchère de 120 F;  
 25° : Chen (restaurateur); objet inconnu; enchère de 125 F;  
 26° : Li (ouvrier dans une entreprise française); enchérit car enchères basses; enchère de 70 F;  
 27° : Zhu (cuisinier); tiré au sort; enchère de 50 F;  
 28° : Chen (importateur); enchérit car enchères basses; enchère de 70 F;  
 29° : Hu (bazar); tiré au sort; enchère de 50 F;  
 30° : Song (garçon de restaurant); tiré au sort; enchère de 50 F;  
 31° : Lin (ouvrier en confection); le dernier « vif ».

Le tableau récapitulatif indique pour chaque participant (dans l'ordre des enchères) le montant global de ses prêts et le taux d'intérêt afférent ainsi que le montant global de son emprunt et le taux d'intérêt qui s'y attache. Trois graphes illustrant l'évolution des enchères et des taux d'intérêts suivent. Enfin, un quatrième graphe indique l'évolution des disponibilités (remboursements plus emprunt) pour chaque participant mois après mois dans trois cas :

- *Courbe n° 1* : hypothèse selon laquelle le taux d'intérêt débiteur pour chaque participant aurait été fixé arbitrairement à 2 % une fois pour toute;
- *Courbe n° 2* : cas des enchères naturelles (la pratique réelle);
- *Courbe n° 3* : hypothèse selon laquelle le taux d'intérêt créditeur pour chaque participant aurait été fixé arbitrairement à 2 % une fois pour toute.

Si on considère que chaque participant à une tontine :

- 1) ne fait pas de calculs financiers à proprement parler afin d'optimiser son intérêt débiteur et son intérêt créditeur dans la tontine (c'est pourquoi je me dispense de donner des tableaux récapitulatifs pour ces hypothèses); MAIS
- 2) cherche à optimiser ses disponibilités financières à un moment donné en fonction d'opportunités extérieures à la tontine.

Alors il est clair que la fixation d'un taux d'intérêt débiteur unique (*Courbe n° 1*) est le meilleur moyen de **maximiser**, et seulement de maximiser, les disponibilités de chacun et un taux nul les rendrait égales et maximales pour tous. Toutefois, dans cette dernière hypothèse, nombre de participants ne verraient aucun *intérêt* à être gracieusement créancier net; aussi doit-on conclure que la *Courbe n° 2*, celle des enchères naturelles ou réelles, est effectivement celle qui **optimise** la situation de chacun.

A titre documentaire, je présente en annexe un deuxième exemple réel de tontine (la première organisée par Monsieur Li) dans lequel le prêt au

Tableau récapitulatif.

	E	Prêts			Emprunts		
		F	Im %	Ia %	F	Im %	Ia %
1	190	5 000	0,0	0,0	12 300	2,6	31,9
2	205	5 410	1,8	21,7	11 455	3,0	36,5
3	210	5 805	2,4	28,6	10 920	3,3	39,0
4	220	6 195	2,6	31,3	10 260	3,6	43,1
5	220	6 575	2,7	32,5	9 880	3,7	44,7
6	200	6 955	2,7	32,7	10 000	3,4	40,8
7	205	7 355	2,7	32,1	9 480	3,6	43,9
8	215	7 750	2,6	31,4	8 855	4,1	48,8
9	230	8 135	2,6	30,7	8 140	4,7	56,0
10	215	8 505	2,5	30,3	8 085	4,4	53,3
11	200	8 890	2,5	29,6	8 000	4,2	50,6
12	180	9 290	2,4	28,7	7 980	3,8	46,2
13	180	9 710	2,3	27,6	7 560	4,1	48,7
14	170	10 130	2,2	26,7	7 310	3,4	47,8
15	150	10 560	2,1	25,7	7 200	3,6	43,2
16	160	11 010	2,1	24,6	6 600	4,2	49,8
17	150	11 450	2,0	23,7	6 300	4,1	49,1
18	140	11 900	1,9	22,8	5 980	4,0	48,4
19	150	12 360	1,8	22,0	5 400	4,7	56,5
20	100	12 810	1,7	21,2	5 500	3,2	38,0
21	120	13 310	1,7	20,3	4 800	4,3	51,3
22	120	13 790	1,6	19,5	4 320	4,7	56,4
23	90	14 270	1,6	18,8	4 080	3,7	45,1
24	120	14 780	1,5	18,0	3 360	5,9	70,9
25	125	15 260	1,4	17,4	2 850	7,1	85,3
26	70	15 735	1,4	16,8	2 650	4,3	51,4
27	50	16 265	1,3	16,1	2 200	3,6	42,9
28	70	16 815	1,3	15,4	1 590	6,5	77,6
29	50	17 345	1,2	14,8	1 100	6,0	72,0
30	50	17 895	1,2	14,2	550	9,1	109,1
31	0	18 445	1,1	13,6	0	0,0	0,0

E = enchères, F = francs, Im % = taux d'intérêt nominal mensuel, Ia % = taux d'intérêt nominal annuel (les différences entre les Im % et les Ia % résultent de l'arrondi).

tontinier par chacun des 31 participants était fixé à 4 000 francs et la mise mensuelle à 600 francs.

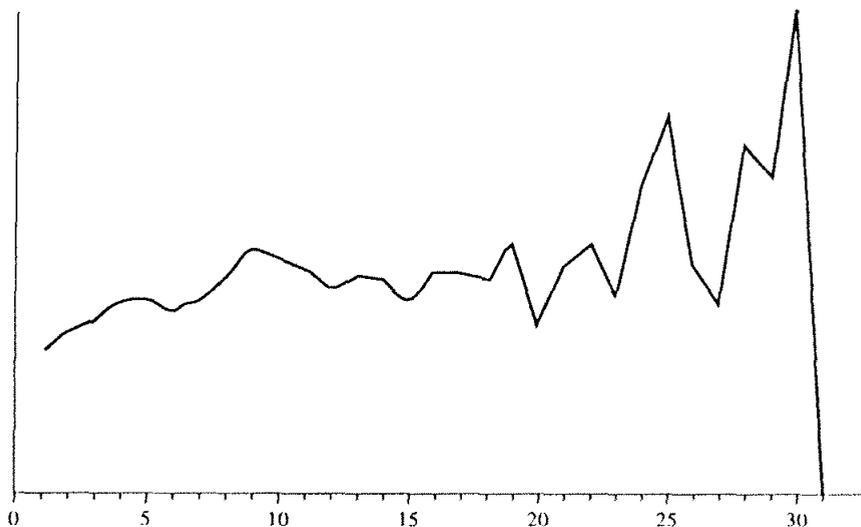


Figure 3. Evolution des taux d'intérêt débiteurs.

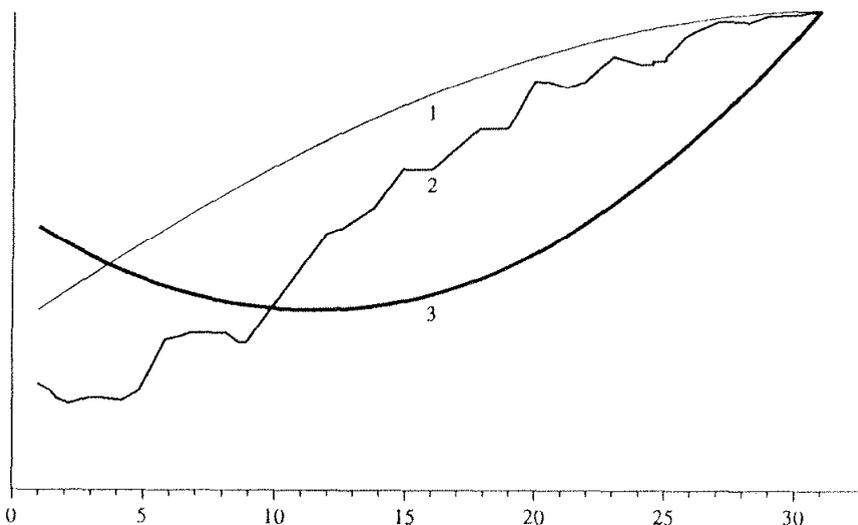


Figure 4. Courbes des disponibilités. Courbe n° 1 : disponibilités si l'intérêt débiteur est de 2 %; Courbe n° 2 : disponibilités si enchères naturelles; Courbe n° 3 : disponibilités si l'intérêt créditeur est de 2 %.

Tableau récapitulatif.

	E	Prêts			Emprunts		
		F	Im %	Ia %	F	Im %	Ia %
1	148	4 000	0,0	0,0	13 560	1,9	23,2
2	186	4 452	1,7	20,8	12 006	2,7	32,0
3	190	4 866	2,5	29,4	11 480	2,8	34,1
4	185	5 276	2,7	32,5	11 205	2,8	34,1
5	180	5 691	2,8	33,2	10 920	2,8	34,1
6	185	6 111	2,7	32,9	10 375	3,1	36,7
7	165	6 526	2,7	32,4	10 440	2,7	33,0
8	160	6 961	2,6	31,2	10 120	2,7	33,1
9	150	7 401	2,5	29,9	9 900	2,6	31,9
10	110	7 851	2,4	28,6	10 290	1,9	23,0
11	140	8 341	2,2	26,8	9 200	2,7	32,1
12	145	8 801	2,1	25,6	8 645	2,9	35,2
13	120	9 256	2,0	24,5	8 640	2,5	29,5
14	135	9 736	1,9	23,3	7 905	3,0	35,9
15	105	10 201	1,9	22,3	7 920	2,4	28,3
16	90	10 696	1,8	21,2	7 650	2,1	25,2
17	120	11 206	1,7	20,0	6 720	3,1	37,5
18	110	11 686	1,6	19,3	6 370	3,0	36,3
19	70	12 176	1,5	18,5	6 360	1,9	23,5
20	70	12 706	1,5	17,5	5 830	2,1	25,5
21	90	13 236	1,4	16,7	5 100	3,1	36,8
22	120	13 746	1,3	16,0	4 320	4,7	56,5
23	140	14 226	1,3	15,5	3 680	6,3	75,8
24	60	14 686	1,3	15,1	3 780	2,7	32,4
25	70	15 226	1,2	14,4	3 180	3,7	43,9
26	140	15 756	1,2	13,8	2 300	9,5	114,8
27	70	16 216	1,1	13,4	2 120	5,2	61,8
28	70	16 746	1,1	13,0	1 590	6,5	77,6
29	50	17 276	1,0	12,5	1 100	6,0	72,0
30	50	17 826	1,0	12,0	550	9,1	109,1
31	0	18 376	1,0	11,4	0	0,0	0,0

E = enchères, F = francs, Im % = taux d'intérêt nominal mensuel, Ia % = taux d'intérêt nominal annuel (les différences entre les Im % et les Ia % résultent de l'arrondi).

**Annexe : Deuxième exemple**

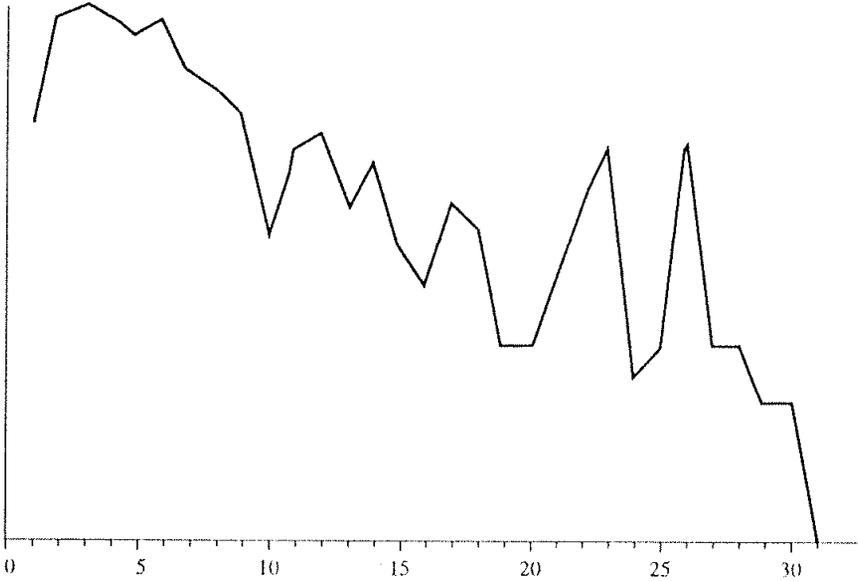


Figure 5. Deuxième exemple. Evolution des enchères.

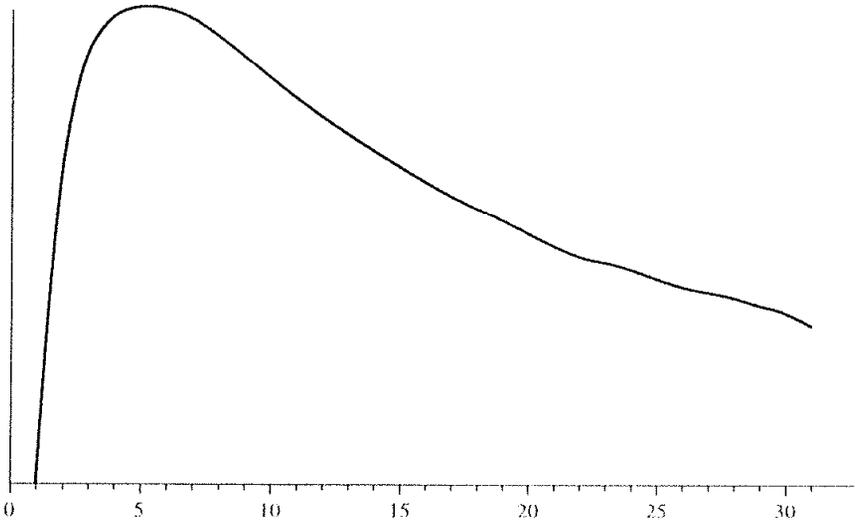


Figure 6. Deuxième exemple. Evolution des taux d'intérêt créditeurs.

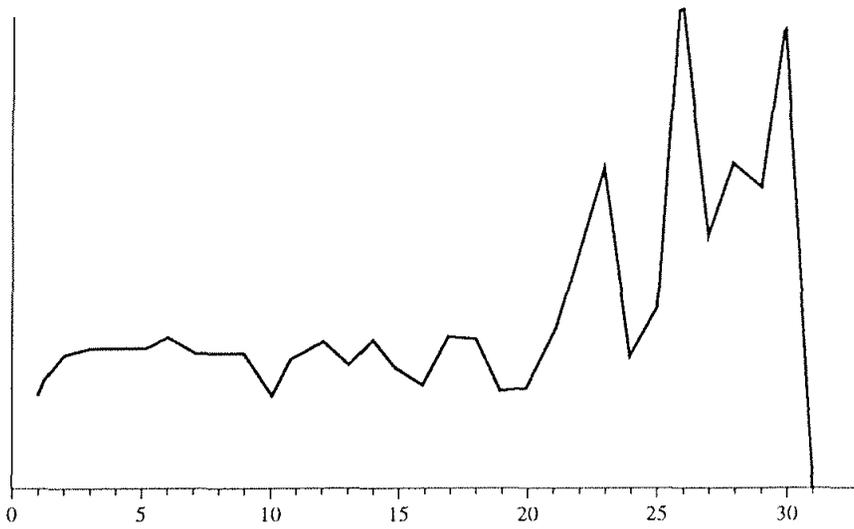


Figure 7. Deuxième exemple. Evolution des taux d'intérêt débiteurs.